

В задаче не требуется оценка погрешностей!

Внимание! Не распыляйте газ в аудитории и не вдыхайте его! Прокручивание шестеренки на зажигалке более чем на три оборота приводит к неконтролируемому выбросу газа!

Задание

Вам выдана зажигалка, внутри которой находится неизвестное вещество (сжиженный газ). Подача газа производится нажатием на маленький рычаг, присоединенный к соплу зажигалки. Скорость подачи газа регулируется черной шестеренкой.

1. Оцените давление насыщенного пара вещества в зажигалке при комнатной температуре.
2. Оцените давление внутри надутого воздушного шарика. Сравните его с атмосферным давлением.
3. Измерьте молярную массу неизвестного вещества.
4. Оцените отношение плотностей жидкой и газообразной фаз неизвестного вещества внутри зажигалки.
5. Количество газа в надутом шарике будет уменьшаться со временем из-за диффузии газа через стенки шарика. Плотность потока частиц газа j (число частиц, пересекающих единицу площади в единицу времени) через стенку шарика прямо пропорциональна разности концентраций газа Δn по разные стороны от стенки:

$$j = D \frac{\Delta n}{d}. \quad (1)$$

Здесь D — коэффициент диффузии, d — толщина стенки шарика. Оцените коэффициент диффузии газа через стенки воздушного шарика.

Примечания

1. Для измерения масс тел, не помещающихся на платформе весов, используйте стакан (без воды) с гайками на дне для его устойчивости. Кнопка "TARE" позволяет принять массу лежащего на весах груза за ноль.
2. Считайте известной молярную массу воздуха $\mu_{\text{в}} = 29$ г/моль.
3. Считайте плотность резины, из которой изготовлен шарик, равной плотности воды.
4. Диффузией воздуха через стенки шарика можно пренебречь.
5. Комнатную температуру вам сообщат организаторы в начале тура.

Оборудование. Зажигалка с неизвестным сжиженным газом, воздушный шарик массой $M = 3.50$ г с впускной системой, иглка с силиконовой трубкой для соединения зажигалки и шарика, линейка, весы, кружка с водой, стакан 0.5 л без воды, гайки, секундомер.

Решение

1. Для оценки давления внутри зажигалки соберем газовый манометр. Закроем один конец выданной трубки при помощи зажима, а на другом конце поместим капельку воды. Для этого достаточно пережать трубку пальцем, погрузить ее под воду и освободить. Измерим расстояние от капельки до закрытого зажимом конца трубки $l_0 = 11.0$ см. Подключим конец с капелькой к зажигалке. Это приведет к смещению капельки. В новом положении длина столба воздуха между закрытым концом трубки и капелькой станет равной $l = 5.0$ см. Считая, что процесс смещения капельки изотермический, из закона Бойля-Мариотта получим:

$$P_{\Gamma} = P_0 \frac{l_0}{l} = 2.2 \text{ атм.} \quad (2)$$

2. Повторим эксперимент, заменив зажигалку на надутый шарик. Заметим, что капелька практически не смещается. Поэтому далее будем считать, что давление в шарике равно атмосферному.
3. Для измерения молярной массы вещества внутри зажигалки надуем этим веществом шарик, подсоединив зажигалку к нему при помощи трубки с зажимом. После этого взвесим зажигалку и получим массу вещества в газообразном состоянии внутри воздушного шарика $m_{\Gamma} = m_{\text{з}}^{(0)} - m_{\text{з}}$, где $m_{\text{з}}^{(0)}$ — начальная масса зажигалки с газом. Теперь взвесим шарик (с трубкой, зажимом, впускной системой и иглой), поместив его в стакан с гайками. Изменение показаний весов при его взвешивании по сравнению с ненадутым шариком будет обусловлено не только изменением массы вещества внутри шарика, но и силой Архимеда:

$$\Delta m_{\text{ш}} = m_{\Gamma} - \rho_{\text{в}} V, \quad (3)$$

где $\rho_{\text{в}}$ — плотность окружающего воздуха, V — объем воздушного шарика. Для окружающего шарик воздуха можно записать закон Менделеева-Клапейрона:

$$P_0 = \frac{\rho_{\text{в}}}{\mu_{\text{в}}} RT, \quad (4)$$

где $\mu_{\text{в}}$ — молярная масса воздуха, T — температура окружающего воздуха. Для вещества внутри шарика также можно записать закон Менделеева-Клапейрона. Считая давление в шарике равным атмосферному, а температуру равной температуре окружающего воздуха, получим:

$$P_0 V = \frac{m_{\Gamma}}{\mu_{\Gamma}} RT, \quad (5)$$

где μ_{Γ} — молярная масса вещества. Из (4) и (5) получим следующее выражение:

$$\rho_{\text{в}} V = \frac{m_{\Gamma} \mu_{\text{в}}}{\mu_{\Gamma}}. \quad (6)$$

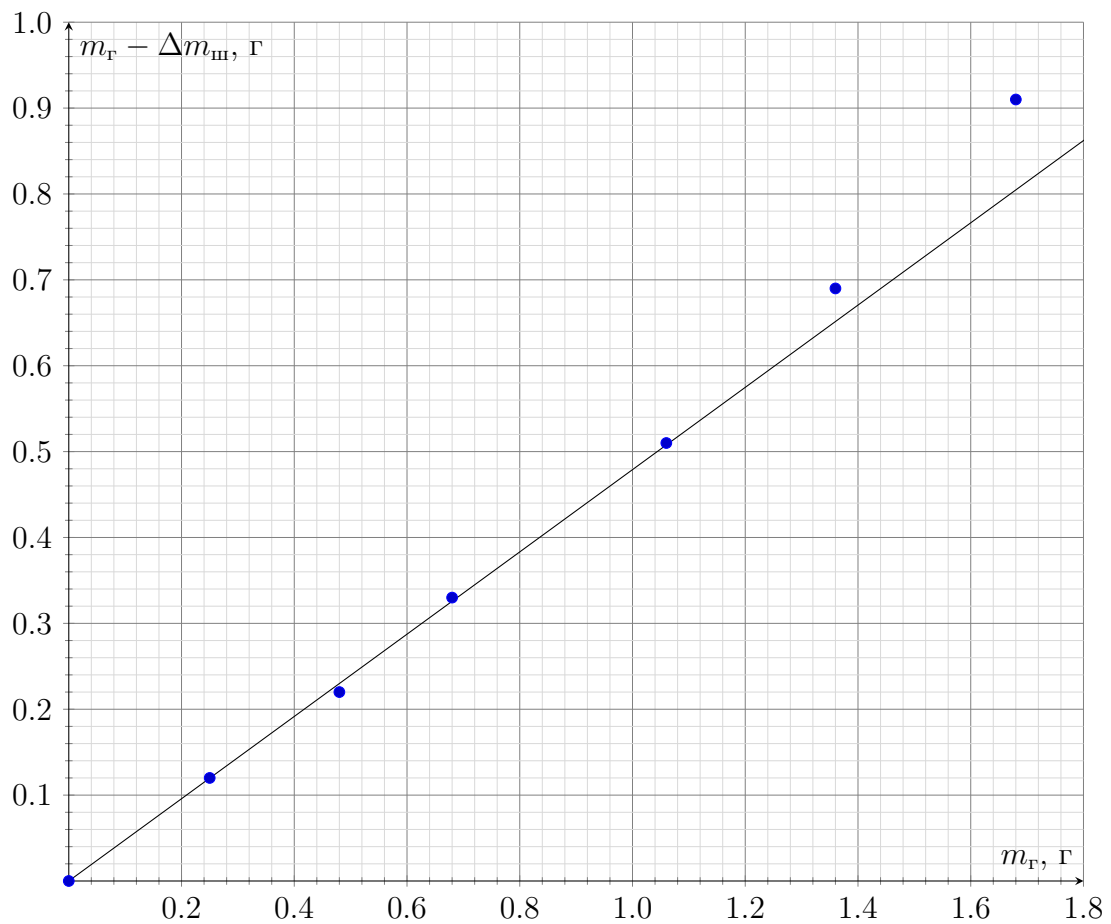
Подставим его в формулу (3):

$$\frac{m_{\Gamma}\mu_{\text{В}}}{\mu_{\Gamma}} = m_{\Gamma} - \Delta m_{\text{ш}}. \quad (7)$$

Повторим описанные измерения для разных масс газа в шарике, получим зависимость $\Delta m_{\text{ш}}$ от m_{Γ} и построим ее график в координатах $m_{\Gamma} - \Delta m_{\text{ш}}$ от m_{Γ} . Согласно (7), эта зависимость описывается линейной функцией с угловым коэффициентом, равным отношению молярных масс воздуха и вещества в зажигалке.

m_{Γ} , г	$\Delta m_{\text{ш}}$, г	$m_{\Gamma} - \Delta m_{\text{ш}}$, г	h , см
0.00	0.00	0.00	2.80
0.25	0.13	0.12	2.40
0.48	0.26	0.22	2.10
0.68	0.35	0.33	1.90
1.06	0.55	0.51	1.50
1.36	0.67	0.69	1.10
1.68	0.77	0.91	0.80

График зависимости $m_{\Gamma} - \Delta m_{\text{ш}}$ от m_{Γ}



Из графика хорошо видно, что две верхние точки графика лежат явно выше прямой, проходящей через остальные точки. Это можно объяснить тем, что при больших объемах шарика толщина его стенок становится малой и газ заметно диффундирует через стенки. Из-за этого понижается масса шарика, что и приводит к увеличению вертикальной координаты графика. Однако при больших толщинах шарика диффузия не оказывает значительного эффекта, и экспериментальные точки хорошо описываются исходной теоретической моделью. Угловой коэффициент прямой, описывающей первые точки графика, равен:

$$A_1 = \frac{\mu_{\text{в}}}{\mu_{\text{г}}} = 0.48, \quad (8)$$

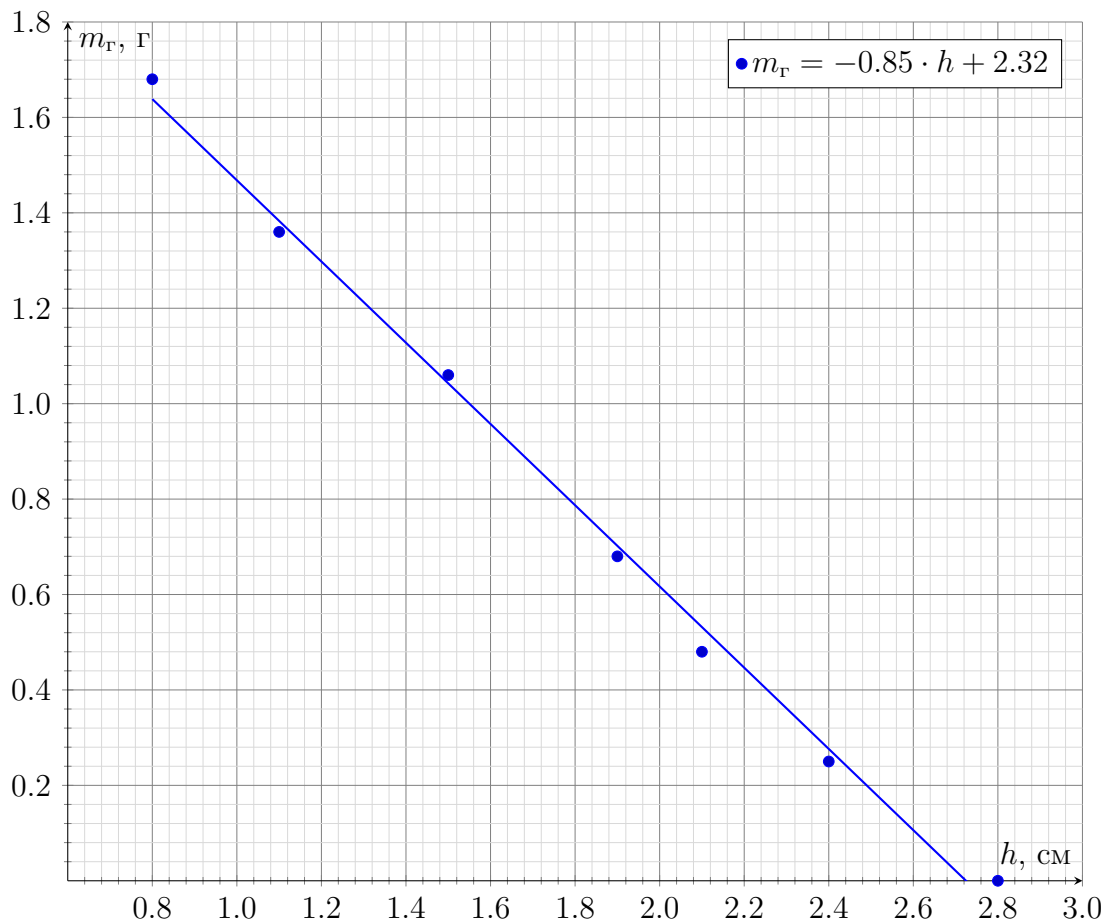
откуда молярная масса вещества:

$$\mu_{\text{г}} = \frac{\mu_{\text{в}}}{A_1} = 60 \frac{\text{г}}{\text{моль}}. \quad (9)$$

4. Плотность газовой фазы вещества внутри зажигалки несложно оценить из закона Менделеева-Клапейрона (температура в день измерений составляла $T = 22.0 \text{ }^\circ\text{C}$):

$$\rho_{\text{г}} = \frac{P_{\text{г}} \mu_{\text{г}}}{RT} = 5.4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}. \quad (10)$$

Для определения плотности жидкой фазы в процессе выполнения измерений для второго упражнения также будем отмечать уровень жидкости h внутри зажигалки. Построим график зависимости массы вытекшего вещества $m_{\text{г}}$ от уровня h :

График зависимости m_r от h 

Модуль углового коэффициента полученной прямой равен произведению плотности жидкой фазы вещества и площади сечения внутренней части зажигалки:

$$A_2 = \rho_{\text{ж}} S = 0.85 \frac{\text{г}}{\text{см}}. \quad (11)$$

Диаметр внутреннего сечения зажигалки оценим линейкой по виду с ее торцов $x = 1.4$ см. Таким образом, плотность жидкой фазы вещества составляет:

$$\rho_{\text{ж}} = \frac{4A_2}{\pi x^2} = 0.55 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}. \quad (12)$$

Окончательно для отношения плотностей получаем:

$$\frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{г}}} \approx 100. \quad (13)$$

5. Для определения коэффициента диффузии снимем зависимость массы газа в шарике m_r от времени после его надувания. Толщина стенок шарика будет изменяться со временем. Оценим ее как отношение объема шарика к площади его поверхности S :

$$d = \frac{M}{S\rho_{\text{р}}}. \quad (14)$$

Здесь $M = 3.50$ г — заданная в условии масса шарика, $\rho_{\text{р}}$ — плотность резины

(которую мы приняли равной плотности воды). Форму шарика будем считать приблизительно шарообразной, тогда для площади поверхности имеем:

$$S = 4\pi r^2, \quad (15)$$

где r — характерный радиус шарика. Объем же шарика задается его радиусом:

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}. \quad (16)$$

Умножив обе части формулы (1) на массу одной молекулы вещества и площадь поверхности шарика, получим:

$$\frac{dm_{\Gamma}}{dt} = -D \frac{\rho_{\Gamma}}{d} S, \quad (17)$$

где ρ_{Γ} — плотность газа при атмосферном давлении (будем считать давление в надутом шарике в процессе диффузии примерно постоянным и равным атмосферному). С учетом выражения для толщины стенок шарика (14) получим:

$$\frac{dm_{\Gamma}}{dt} = -D \frac{\rho_{\Gamma} \rho_{\text{П}}}{M} S^2. \quad (18)$$

Выразим площадь поверхности шарика через его объем:

$$\frac{dm_{\Gamma}}{dt} = -D \frac{\rho_{\Gamma} \rho_{\text{П}}}{M} 16\pi^2 \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{\frac{4}{3}}. \quad (19)$$

Объем газа свяжем с его массой через плотность $V = \frac{m}{\rho_{\Gamma}}$, тогда выражение (19) примет вид:

$$\frac{dm_{\Gamma}}{dt} = -D \frac{\rho_{\text{П}}}{M \rho_{\Gamma}^{\frac{1}{3}}} 16\pi^2 \left(\frac{3m_{\Gamma}}{4\pi} \right)^{\frac{4}{3}}. \quad (20)$$

Разделим переменные и проинтегрируем:

$$\frac{1}{m_{\Gamma}^{1/3}} - \frac{1}{m_0^{1/3}} = D \frac{\rho_{\text{П}}}{M \rho_{\Gamma}^{\frac{1}{3}}} 4\pi \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}} t, \quad (21)$$

где m_0 — начальная масса газа в шарике.

Преобразуем формулу (7) для связи массы газа в шарике и показаний весов при его взвешивании:

$$m_{\Gamma} = \Delta m_{\text{ш}} \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\Gamma} - \mu_{\text{В}}}, \quad (22)$$

а также запишем выражение для плотности газа внутри шарика, считая что в шарике находится только неизвестный газ:

$$\rho_{\Gamma} = \frac{P_0 \mu_{\Gamma}}{RT} \quad (23)$$

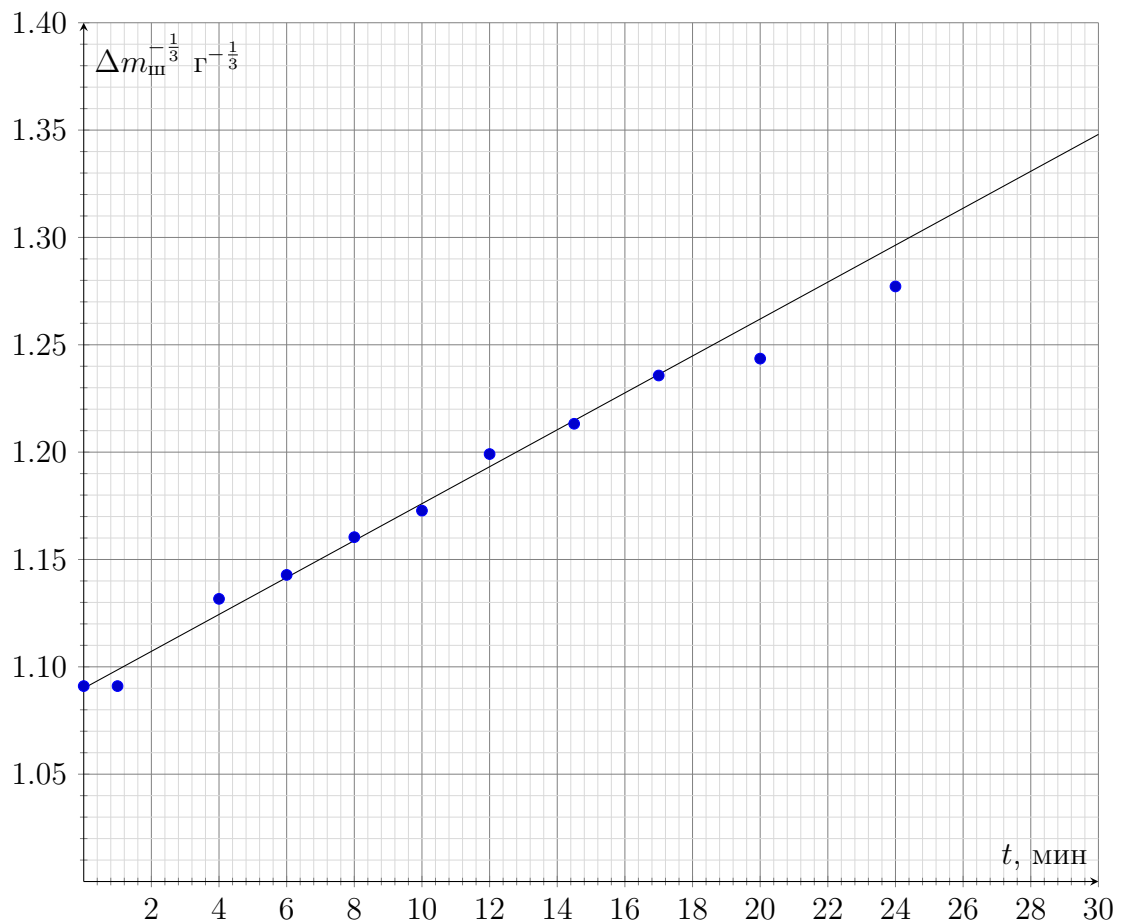
Подставим полученные выражения в формулу (21):

$$\frac{1}{\Delta m_{\text{ш}}^{1/3}} - \frac{1}{\Delta m_{\text{ш}0}^{1/3}} = D \frac{\rho_{\text{П}} (RT)^{\frac{1}{3}}}{M (P_0 (\mu_{\Gamma} - \mu_{\text{В}}))^{\frac{1}{3}}} 4\pi \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}} t. \quad (24)$$

Таким образом, в описанной модели график $\frac{1}{\Delta m_{\text{ш}}^{1/3}}(t)$ должен быть линеен. Измерим зависимость показаний весов от времени и построим ее график:

t , мин	$\Delta m_{\text{ш}}$, г	$\Delta m_{\text{ш}}^{-\frac{1}{3}}$, г $^{-\frac{1}{3}}$
0	0.77	1.09
1	0.77	1.09
4	0.69	1.13
6	0.67	1.14
8	0.64	1.16
10	0.62	1.17
12	0.58	1.20
15	0.56	1.21
17	0.53	1.24
20	0.52	1.24
24	0.48	1.28
33	0.44	1.31

График зависимости $\Delta m_{\text{ш}}^{-\frac{1}{3}}$ от t



Определим угловой коэффициент графика:

$$A_3 = D \frac{\rho_p (RT)^{\frac{1}{3}}}{M(P_0(\mu_{\Gamma} - \mu_{\text{В}}))^{\frac{1}{3}}} 4\pi \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}} = 8.6 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{г}^{\frac{1}{3}}\text{мин}} = 1.43 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{г}^{\frac{1}{3}}\text{с}}, \quad (25)$$

из которого выразим коэффициент диффузии:

$$D = \frac{MA_3}{4\pi\rho_p} \left(\frac{4\pi P_0(\mu_{\Gamma} - \mu_{\text{В}})}{3RT}\right)^{\frac{1}{3}} = 7 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}. \quad (26)$$